

Dr. sc. Naida Bikić
Anela Hrnjičić, MA
Mediha Piljug-Zahirović

UPOTREBA DIGITALNOG ALATA GEOGEBRA GRUPE U FUNKCIJI PREDSTAVLJANJA KONCEPATA OSNE SIMETRIJE

Sažetak

Cilj ovog rada je prikazati mogućnosti aplikativnog softvera GeoGebra kao digitalnog alata sa akcentom na kreiranju i korištenju GeoGebra grupe koja igra ulogu virtualnog razreda. U tu svrhu kreirana je GeoGebra grupa pod nazivom „Izometrijska preslikavanja u ravni“ koja okuplja studente druge godine (n=15) smjera razredna nastava. U radu je prikazan pristup obradi osne simetrije, gdje se zadaci daju kao prethodno opisane aktivnosti, nude zadaci otvorenog ili zatvorenog tipa, zahtijeva odgovarajuća konstrukcija pomoću GeoGebrinih alata, izvođenje zaključaka i slično. Interaktivnost, inovativnost i dinamičnost postignuta učestvovanjem u GeoGebra grupi pomaže studentima da bolje i jasnije razumiju koncepte iz sadržaja osne simetrije, što će biti potvrđeno rezultatima samostalnog rada studenata kroz GeoGebrine aktivnosti prikazane, analizirane i vrednovane u ovom radu.

Ključne riječi: Geogebra, Geogebra grupa, izometrije, osna simetrija

Uvod

Tehnologije i digitalni alati su sve više prisutni u nastavnom procesu. Savremena nastava matematike u centar nastavnog procesa stavlja učenika i podrazumijeva aktivno uključivanje učenika, učenje otkrivanjem i kreativno predstavljanje matematičkog sadržaja (Hrnjičić, Bikić, 2018). Korištenjem digitalnih multimedijalnih materijala u nastavi matematike može se izbjeći način predavanja koji je učenicima nezanimljiv i podsticati aktivno učenje kod učenika (Hrnjičić i sar., 2019). Bolji efekti postižu se korištenjem interaktivnih sadržaja gdje učenici mogu kroz interakciju samostalno uočavati osobine sadržaja koji se uči i na taj način usvajati nova znanja (Hrnjičić i sar., 2019). Iz tog razloga, u ovom istraživanju koristi se aplikativni softver GeoGebra kao digitalni alat sa akcentom na kreiranje i korištenje GeoGebra grupe koja igra ulogu virtualne učionice. U tu svrhu kreirana je GeoGebra grupa pod nazivom „Izometrijska preslikavanja u ravni“, koja omogućava obradu nastave jedinice, provjeru, praćenje i vrednovanje postignuća, komunikaciju sa voditeljem nastavnog procesa, upotrebu interaktivnih multimedijalnih sadržaja, kreiranje i distribuciju digitalnih materijala, te samostalno učenje. Koncept osne simetrije je veoma važan u nastavi geometrije. Obzirom da je osna simetrija prisutna u svakodnevnom okruženju učenika, u prirodi, umjetnosti, ali i sektorima ekonomije koji su bazirani na znanju poput građevine, arhitekture, važno je razviti dublje i potpunije razumijevanja koncepata osne simetrije.

Prethodna istraživanja

U *Principima i standardima školske matematike* (NCTM, 2000) navodi se da je tehnologija neophodna u nastavi i učenju matematike i podstiče učenje matematike. Kompjuteri mogu imati funkciju kognitivnih tehnologija za proširivanje i prepoznavanje

načina na koji učenici misle (Jonassen, 1995). U istraživanju autora David H. Jonassena (1995) kompjuteri se posmatraju kao kognitivni alati, naglašavajući učenje sa tehnologijom. Za kognitivne alate navodi da su to kompjuterski bazirane aplikacije koje služe za reprezentaciju znanja koje zahtijevaju da učenici, prilikom upotrebe, misle kritički. Upotreba digitalnih alata u nastavi bila je tema mnogih istraživanja. Informaciono-komunikacijske tehnologije (IKT) bi trebale u budućnosti igrati ulogu transformacije obrazovanja, a ne samo u vidu integracije u postojeće predmetne oblasti (Fluck, 2010). Upotreba IKT-a bi se trebala integrirati u nastavni plan i program matematike na formalni i neformalni način, a ne samo kao dodatna komponenta (Nik Azis, 2008). Integrirajući IKT u nastavnu praksu, nastavnici mogu na kreativan način podsticati sticanje matematičkih znanja i vještina (Hohenwarter, 2009). Tehnologije dodaju novu dimenziju podučavanju i učenju matematike pomažući studentima da vizualiziraju određene matematičke koncepte (Voorst, 1999).

Učenje geometrije nije jednostavno i veliki broj učenika nema razvijeno odgovarajuće razumijevanje geometrijskih koncepata, geometrijsko zaključivanje i vještine rješavanja geometrijskih problema (Battisa, 1999; Idris, 2006). GeoGebra je besplatni open-source dinamički softver za podučavanje i učenje matematike koji sadrži geometrijske i algebarske alate. Interesantna mogućnost GeoGebra softvera je virtualna učionica koja pruža mogućnost kreiranja besplatnog nastavnog materijala i distribuciju istog. Pomoću GeoGebra-e omogućeno je efikasno širenje znanja koje uključuje planiranje, distribuciju, vođenje i evaluaciju, imajući za cilj pružanje znanja ili vještina učenicima (Hutkemri & Effandi, 2010). Upotreba softvera GeoGebra u podučavanju i učenju matematike može se poboljšati konceptualno i proceduralno znanje učenika (Hutkemri Zulnaidi1 & Effandi Zakaria1, 2012). Softver GeoGebra pomaže studentima da povežu algebarske manipulacije i grafičke modifikacije, kao i da grafički vide efekte promjene parametara (Green, Robinson, 2009).

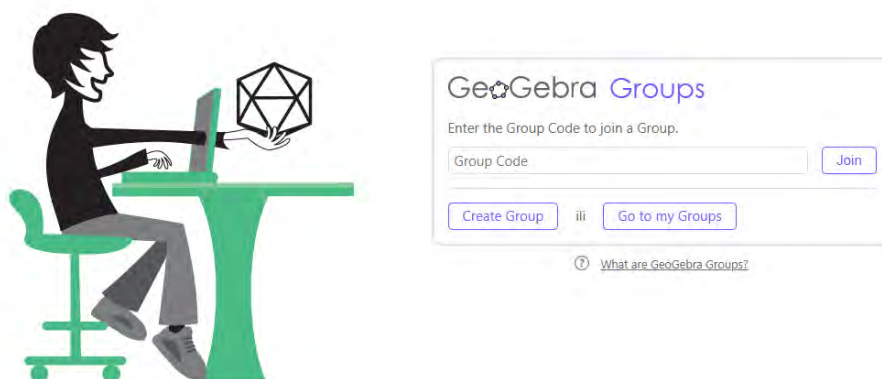
Razumijevanje simetrije može pomoći studentima da razumiju razne matematičke koncepte i riješe matematičke probleme (Leikin i sar., 2000). Učenici se još u ranom uzrastu susreću sa konceptom simetrije. Ljudi se susreću sa simetrijom i koriste koncept simetrije u svakodnevnom životu iako nisu svjesni toga (Knuchel, 2004). Istraživanje koje su sveli Enver i sar. (2014) pokazalo je da je korištenje softvera GeoGebra za simetriju, imalo pozitivne efekte na postignuća budućih nastavnika matematike. Također, ispitali su stavove studenata o korištenju kompjuterski potpomognute metodologije u nastavi matematike. Kao prednosti, studenti su naveli vizualizaciju, uštedu vremena i zainteresiranost u praćenju nastave. Većina studenata su se složila da dinamičko okruženje učenja koje je kreirano kompjuterskim pomagalom GeoGebra doprinosi učenju matematike. Mnoga istraživanja (Isiksal i sar., 2003; Naki i Guveli, 2008; Hsieh i Lin, 2008; Hwang i Hu, 2012; Liao, 2007; Tatar, 2012) su pokazala da korištenje kompjuterski potpomognute metodologije predstavlja efektivnu metodu u povećanju postignuća iz matematičkih oblasti.

Geogebra grupa – kreiranje virtualnog razreda na primjeru obrade osne simetrije

Kreiranje Geogebrine grupe

Jedna od najnovijih mogućnosti aplikativnog softvera GeoGebra jeste organiziranje učenika i studenata u grupe na način da nastavnik kreira grupu i putem automatski generiranog koda u nju poziva svoje učenike (Slika 1). Nastavnik i učenici djeluju u virtualnom okruženju,

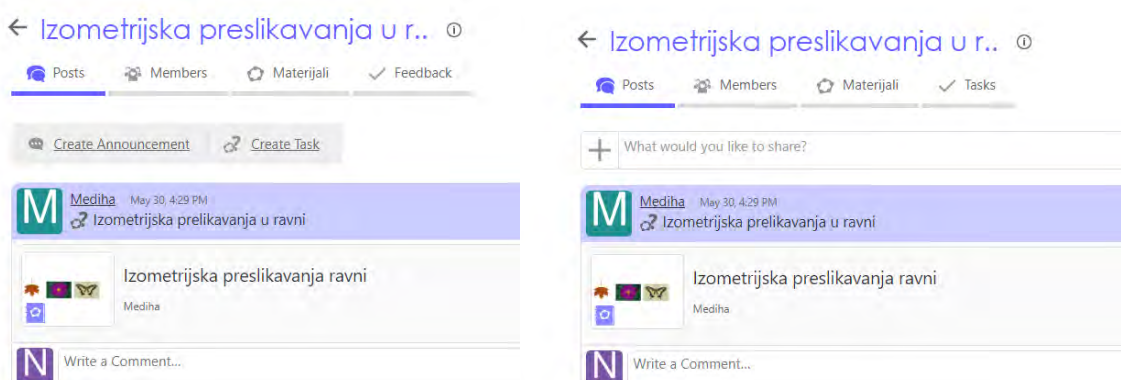
razmjenjuju poruke tokom rješavanja zadataka, postavljaju materijale i zadatke, a kao najvažniji aspekt ističemo praćenje i vrednovanje učenikovih radova i davanje povratne informacije, što ima velike metodičke vrijednosti.



Slika 1. Ulazak na GeoGebra grupu

U ovom radu prikazani su pristup obradi Osne simetrije i rezultati tog pristupa kroz GeoGebra grupu u okviru teme Izometrijskih preslikavanja u ravni na uzorku studenata Filozofskog fakulteta u Zenici, na odsjeku Razredna nastava u okviru silabusa predmeta Osnovi matematike II. Napominjemo da je ovo prvi susret studenata sa obrazovnim softverom GeoGebra.

Ulaskom na grupu prikazuje se GeoGebrino sučelje preko kojeg studenti pristupaju izradi postavljenih materijala, a okruženje za vlasnika grupe prikazano je na slici 2 koja se u odnosu na studentovo okruženje razlikuje u linku Feedback (Vrednovanje), dok studentima stoji Tasks (Zadaci).



Slika 2. Prikaz okruženja za nastavnika (lijevo) i studenta (desno)

Klikom na link Feedback nastavniku koji je ujedno i vlasnik grupe prikazuje se tablica u čijoj prvoj koloni se nalaze imena učenika, dok se u prvom redu nalaze zadaci koji studenti moraju riješiti. Za svakog studenta u odgovarajućoj ćeliji je prikazana ikonica koja označava: nije započeto, u toku, izrađeno i završeno. Ukoliko student pošalje nastavniku poruku ona se ističe bojom tako da nastavnik može odmah reagovati odgovorom.

← Izometrijska preslikavanja u r.. ①

Posts Members Materijali Feedback

Filters: < > < >

	ba	Osna simetrija_zadaca				Osna simetrija_vjezbe			
	CS_zadatak3	OS_Zadatak1	OS_Zadatak2	OS_Zadatak3	OS_Zadatak4	OS_Zadatak1	OS_Zadatak2	OS_Zadatak3	OS_Zadatak4
Aida Grabus	✓	✗	✗	✗	✓	✓	✓	✓	✓
Ajdina	✓	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✓
Aldina	✓	✗	✗	✓	✓	✗	✗	✓	✓
Badnjar Ajla	✗	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Belmin Ahmić	✓	✓	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓
cidreminela	✗	✗	✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓

Last modification - 07.01.19, 19:14
Review the members' work

Slika 3. Prikaz pristupa vrednovanju studentovim zadacima

Voditelj nastavnog procesa ima mogućnost praćenja rada zadataka učenika, dinamiku odgovora, tempo rada i ponašanje učenika. Na ovaj način, može da uoči eventualne miskoncepte iz radene teme.

Interaktivni primjeri u podučavanju i učenju osne simetrije u virtualnom okruženju

Korištenjem digitalnih materijala cilju formulisanja i dokazivanja teorema, formulisanje definicija, interaktivnih zadataka, pitanja otvorenog i zatvorenog tipa, studenti vođeni nastavnikovim objašnjavanjem trebaju usvojiti osnovne koncepte i definiciju osne simetrije. Materijali su kreirani u obliku elektronske knjige koja obuhvata sve izometrije ravni, a u ovom istraživanju je prikazana izometrija osna simetrija (Slika 4).

Sadržaj

1. Osna simetrija-uvodni pojmovi
1. Osna simetrija-uvod
2. OS_Primjer1
3. OS_Primjer2
4. OS_Primjer3
5. Ispitivanje broja osi simetrije
2. Osna simetrija_vježba
1. OS_Zadatak1
2. OS_Zadatak2
3. OS_Zadatak3
4. OS_Zadatak4
3. Osna simetrija_zadaca
1. OS_Zadatak1
2. OS_Zadatak2
3. OS_Zadatak3
4. OS_Zadatak4

Slika 4. Izvod sadržaja iz elektronske knjige Izometrijska preslikavanja u ravni

Nakon uvođenja osnovnih pojmova osne simetrije i formulisanja teorema, nastavnik prikazuje dokaz jedne od teorema pomoću GeoGebrinog apleta, kroz čiji dokaz studente upoznaje sa alatima koji simuliraju konstrukciju tačke u odnosu na osu simetrije (Slika 5), te istu konstrukciju pokazuje korištenjem šestara i trokuta na tabli.

Oсна симетрија и тачка

U navedenom primjeru je opisano kako se konstruiše osnosimetrična тачка A' тачке $A(1,3)$.

Тачка се конструише помоћу алата 

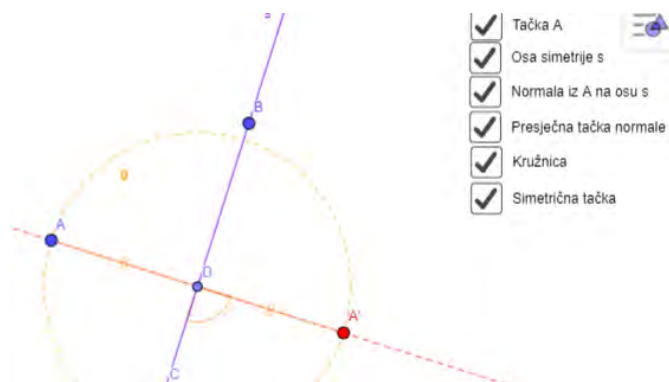
Kako је оса симетрије s права, алат за конструкцију праве је 

Алат  се користи за конструкцију нормале из тачке на праву.

Presječna тачке два геометријска лика конструише се алатом 

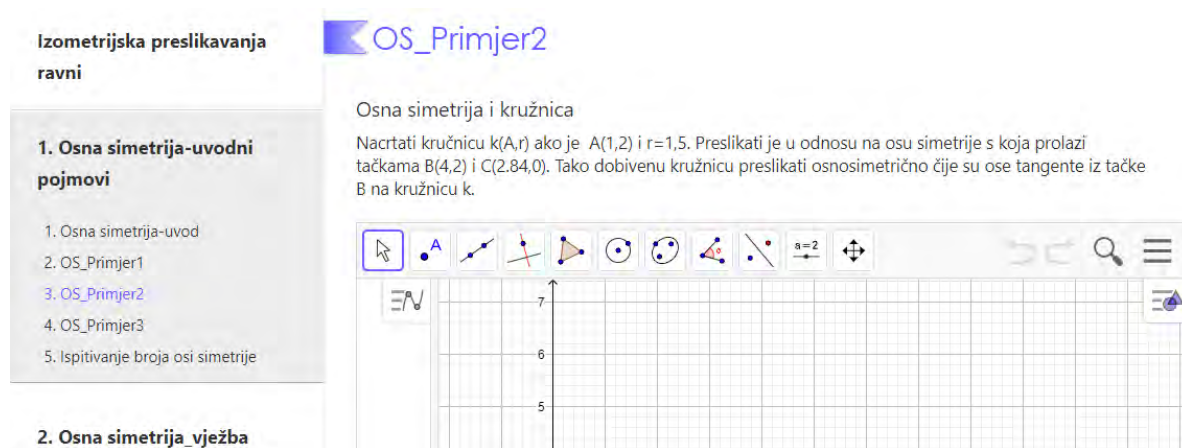
Kružnica sa datim centrom i poluprečnikom конструише се помоћу алата 

Osnosimetrični lik datog lika u odnosu na осу симетрије конструише се помоћу алата 



Slika 5. Prikaz алата и конструкција осносиметричне тачке тачки A

Kroz četiri primjera prikazana u elektronskoj knjizi učenici se upoznaju sa alatom koji bez konstrukcije preslikava geometrijske likove, te upotpunjuje znanje o osnoj simetriji navedenom na početku razmatranja osne simetrije. Ovdje navodimo samo primjer 2 u kojem se studenti upoznaju sa aktivnostima kako u GeoGebri konstruisati kružnicu, kreirati тачке u koordinatnom sistemu, konstruisati sekantu koja postaje prva osa simetrije, та научити помоћу којег алата се конструишу tangente на кружницу u заданој тачки које postaju nove ose simetrije (Slika 6). S obzirom да су studenti ranije upoznati sa načinom konstruisanja osnosimetričnih likova на papiru помоћу геометријског прибора, uviđaju kolike су prednosti korištenja ovog programa u smislu racionalizacije vremena potrebnog за rješavanje ovog primjera.



Slika 6. Prikaz primjera OS_Primjer2 u elektronskoj knjizi

Nakon objašnjenih primjera studenti individualno pristupaju izradi četiri zadatka u potpoglavlju elektronskog udžbenika *Osna simetrija_vježba*, uz asistenciju nastavnika, a za samostalan rad dobijaju četiri zadatka u potpoglavlju *Osna simetrija_zadaca* za čiju izradu imaju određeni rok i koji su predmet analize i diskusije ovog rada.

Na ovaj način studenti individualno, svojim tempom u skladu sa svojim mogućnostima rješavaju postavljene zadatke, a ovakav način rada im omogućava da idu u srž razmišljanja koncepta osne simetrije čime se stiče konceptualno znanje.

Metodologija istraživanja

Predmet, uzorak i cilj istraživanja

Izometrijska preslikavanja u ravni važna su tema u okviru matematičke edukacije studenata razredne nastave, a realizuju se kroz predmet Osnovi matematike II. Zbog toga se u ovom istraživanju bavimo pitanjem kakve efekte će primjena digitalnog alata GeoGebra grupe u učenju i podučavanju osne simetrije u ravni imati na obrazovne ishode studenata. Uzorak u istraživanju čine studenti druge godine ($n=14$) koji se školuju za zvanje profesora razredne nastave. Predmet istraživanja je analiza efekata postignutih korištenjem geogebra grupe Izometrijska preslikavanja u ravni na primjeru osne simetrije.

Hipoteza i zadaci istraživanja

Hipoteza: Pretpostavlja se da će studenti uspješno riješiti zadatke (4 zadatka) iz sadržaja osne simetrije korištenjem digitalnih alata u Geogebri u virtualnom okruženju.

Iz ovako postavljene hipoteze slijede istraživački zadaci:

- ✓ utvrditi da li su studenti usvojili pojam osne simetrije,
- ✓ utvrditi da li su studenti usvojili pojam invarijantnosti,
- ✓ da li i u kojoj mjeri umiju primijeniti osnu simetriju na zadatke realnog konteksta,
- ✓ da li postoji korelacija kod rješavanja lakših zadataka 1 i 3, te težih zadataka 2 i 4.

Rezultati istraživanja sa diskusijom

Istraživački zadatak smo u cilju dokazivanja hipoteze istraživanja podijelili na nekoliko dijelova definisanim zadacima istraživanja u metodologiji rada. Samostalni rad studenata odnosio se na rješavanje 4 zadatka u online okruženju kojima su studenti pristupali registrovanjem na GeoGebrinu grupu.

U tabeli 1 su prikazani rezultati postignuti rješavanjem zadataka. Svaki zadatak je nosio 3 boda, tako da je maksimalan broj bodova iznosio 12. Iz tabele 1 vidi se da su studenti najbolje riješili zadatke broj 1 i 3 ($M=2,33$, $M=2,20$), zatim zadatak broj 4 ($M=1,67$), dok su najmanje uspjeha ostvarili kod rješavanja zadatka 2 ($M=1,40$).

Tabela 1. Rezultati postignuti samostalnim rješavanjem zadataka

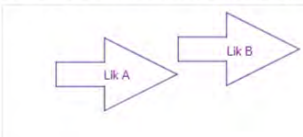
		zadatak1	zadatak2	zadatak3	zadatak4	suma
N	Valid	15	15	15	15	15
	Missing	0	0	0	0	0
Mean		2.33	1.40	2.20	1.67	7.6000
Std. Deviation		.976	1.549	1.014	1.496	3.64104

Variance	.952	2.400	1.029	2.238	13.257
Minimum	1	0	1	0	2.00
Maximum	3	3	3	3	12.00

Zadaci 1 i 3 su se odnosili na prepoznavanje osnosimetričnih figura, njihovu konstrukciju i razumijevanje pojma invarijantnosti kod osne simetrije. Prvi zadatak je uspješno riješilo 77,7% studenata, a treći zadatak 73,3 % studenata. Na slikama 7 i 8 su prikazana rješenja studenata za navedene zadatke.

U sljedećim zadacima provjeri koliko ste shvatili pojam osne simetrije?

a) Lik B je osnosimetrična slika lika A?



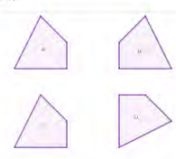
DA
✓ NE

b) Lik B je osnosimetrična slika lika A?



✓ DA
NE

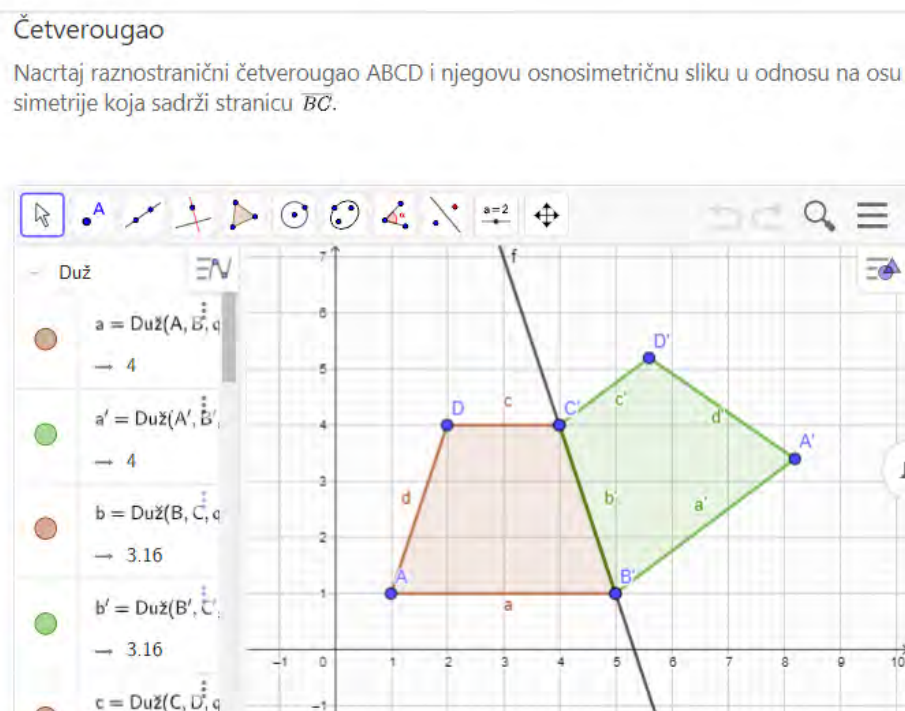
c) Koji od likova su nastali kao osnosimetrične slike lika A?



✓ B
C
✗ D

Slika 7. Prikaz prvog zadatka sa odgovorom studenta

Sljedeće pitanje na koje trebamo dati odgovor jeste da li postoji povezanost uspjeha u rješavanju zadataka u kojim je trebalo izvršiti prepoznavanje osnosimetričnih likova (zadatak 1) i zadatka u kojem su trebali pomoću alata u GeoGebri preslikati četverougao u odnosu na osu simetrije koja prolazi kroz dva vrha tog četverougla i utvrditi da su te tačke invarijante (zadatak 3, Slika 7).



Slika 8. Prikaz trećeg zadatka sa odgovorom studenta

Tabela 2 upoređuje rezultate studenata u pogledu rješavanju prvog i drugog zadatka.

Tabela 2. zadatak1 * zadatak3 Crosstabulation

Count

		zadatak3		Total
		djelimicno tacan	tacan	
zadatak1	djelimicno	4	1	5
	tacan	2	8	10
Total		6	9	15

Na osnovu tabele 2 se dalje utvrđuje da li postoji zavisnost u uspješnosti studenata pri rješavanju ova dva zadatka, što je prikazano tabelom 3. Kako je $\chi^2 = 5,00, p = 0,025 < 0,05$ zaključuje se da postoji zavisnost u uspješnosti rješavanja ova dva zadatka.

Tabela 3. Chi-Square Tests poređenja zadataka 1 i 3

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	5.000 ^a	1	.025	.089	.047
Continuity Correction ^b	2.813	1	.094		
Likelihood Ratio	5.178	1	.023		
Fisher's Exact Test					
Linear-by-Linear Association	4.667	1	.031		
N of Valid Cases	15				

a. 3 cells (75.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2.00.

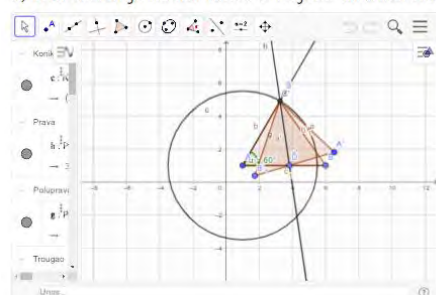
b. Computed only for a 2x2 table

Najslabiji uspjeh studenti su pokazali kod rješavanja zadatka broj 2, njih 46,7 % je tačno riješilo zadatak, a ostali studenti nisu učitali nikakvo rješenje, tako da nije bilo djelimično osvojenih bodova na ovom zadatku. Teškoće su se pojavile jer su pomoću GeoGebra alata trebali prvo konstruisati trougao kod kojeg su date dužine dviju stranica i ugao između njih, a drugi zahtjev je bio da se tako dobijen trougao osnosimetrično preslika u odnosu na uslov zadan zadatkom. Prikaz rješenja ovog zadatka od strane jednog od studenata dat je slikom 9.

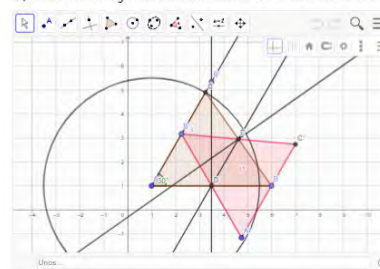
Trougao

Nacrtaj trougao ABC čije su stranice $|AB|=5\text{cm}$, $|AC|=4.5\text{cm}$ i $\alpha = 60^\circ$, te njegovu osnosimetričnu sliku ako:

a) Osa simetrije sadrži tačku C i siječe stranicu AB.



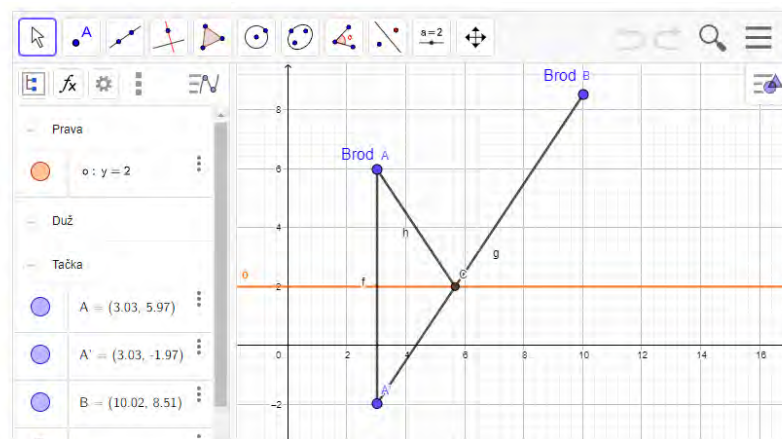
b) Osa simetrije sadrži središta stranica AB i BC.



Slika 9. Prikaz drugog zadatka sa odgovorom studenta

U četvrtom zadatku studenti su dobili tekstualni zadatak u kojem trebaju primijeniti znanje stečeno iz osne simetrije, a glasi: *Dva broda, brod A i brod B se nalaze usidreni na moru nedaleko od pravolinijske obale. Na brodu B se nalazi Alma koja sa nestrpljenjem čeka Mirzu koji treba da dođe čamcem sa broda A. Međutim, na brodu A se nalazi i jedan putnik koji mora do obale. Putnik zamoli Mirzu da i njega poveže do obale, na šta Mirza odgovora: "Nije problem, povest ću te ako znaš najkraći mogući put." Pomozi putniku i odredi mu najkraći mogući put kojim čamac treba da plovi do obale, a potom do broda B.*

Zadatak je tačno riješilo 55,7 % studenata, jedan student je djelimično riješio zadatak, dok ostali studenti nisu ni pristupili rješenju zadatka. Prikaz jednog rješenja dat je na slici 10.



Slika 10. Prikaz drugog zadatka sa odgovorom studenta

Očigledno, zadaci 2 i 4 su zahtijevali više truda i znanja, a dalje je utvrđeno da li postoji zavisnost u upješnosti studenata pri rješavanju ova dva zadatka. U tabelama 4 i 5 prikazano je ukrštanje ova dva zadatka, kao i vrijednost hi kvadrata, koja je malo veća od granične, pa ne možemo sa sigurnošću reći da postoji zavisnost u rješavanju ova dva zadatka kod istih studenata.

Tabela 4. zadatak2 * zadatak4 Crosstabulation
Count

		zadatak4			Total
		netacan	djelimicno tacan	tacan	
zadatak2	netacan	5	1	2	8
	tacan	1	0	6	7
Total		6	1	8	15

Tabela 5. Chi-Square Tests poređenja zadataka 2 i 4

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	5.625 ^a	2	.060
Likelihood Ratio	6.324	2	.042
Linear-by-Linear Association	4.801	1	.028
N of Valid Cases	15		

a. 6 cells (100.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is .47.

Zaključak

Ako pogledamo procenat riješenih zadataka, možemo zaključiti da su se studenti dobro snašli kod rješavanja zadataka u online okruženju. Također možemo zaključiti da je ispunjen jedan od osnovnih zadataka nastave, a to je da su studenti osposobljeni da samostalno uče i primjenjuju znanja na izradu zadataka iz realnog konteksta. Učenje u virtualnoj učionici je izvrstan način za usvajanje novih znanja, čime se cjelokupni nastavni proces učinio zanimljivijim od klasičnog pristupa podučavanja.

Osim namjere da se utvrdi da li su studenti uspješno i u kojoj mjeri usvojili pojmove osne simetrije i invarijantnosti, kao i primjenu osne simetrije u zadacima realnog sadržaja, namjera je bila pokazati budućim profesorima razredne nastave na koji način se digitalni alati mogu integrisati u nastavu matematike. S obzirom da njihovo zanimanje podrazumijeva podučavanje učenika u osnovnim školama kada se učenici prvi put susreću sa pojmom osne simetrije, važno je na što bolji način predstaviti koncepte iz osne simetrije, kako bi znanja bila potpunija i dugotrajnija. Kako nove generacije učenika svakodnevno sve više koriste tehnologije i digitalne sadržaje, potrebno je prilagoditi nastavnu praksu njihovom okruženju i povezati je sa konceptima iz matematike, koji su ključni za misaone procese učenika. Predstavljajući matematičke koncepte, a posebno iz geometrije, pomoću digitalnih alata u virtualnom okruženju, može razviti kod učenika zainteresiranost i naklonost prema nastavi matematike, i na taj način još u ranom uzrastu razviti matematičke kompetencije kod učenike. Promjena ustaljenih nastavničkih praksi je potrebna. Ovaj primjer primjene digitalnog alata GeoGebra Groups pokazuje inovativan, kreativan i interaktivan način provjere usvojenosti znanja iz oblasti osne simetrije. To je jedan novi pristup koji doprinosi dubljoj analizi postignuća i svakako bi osvježio način ocjenjivanja učenika. S obzirom da se na ovaj način kreiraju online digitalni materijali kojima je jednostavno pristupiti i manipulirati, učenici imaju mogućnost za samostalno učenje i utvrđivanje gradiva. Također, omogućena je komunikacija nastavnika sa učenikom na individualnom nivou, pa na taj način učenik ima slobodu i samouvjerenost u postavljanju pitanja.

Literatura

1. Baki A, Guveli E. (2008). Evaluation of a web based mathematics teaching material on the subject of " functions. *Comput Educ.* 2008;51(2):854–863.
2. Battisa, M. (1999). Geometry Results From The Third International Mathematics And Science Study. *Teaching Children Mathematics*, 5(6), (pp. 367-373): Reston, VA: NCTM.
3. Enver, T., Adnan, A., Türkan, B.K. (2014). Using dynamic software in mathematics: the case of reflection. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*
4. Fluck, A. (2010). From Integration to Transform. In A. McDougall, J. Murnane, A. Jones & N. Reynolds (Eds.), *Researching IT in Education Theory, Practice and Future Direction*. London and New York: Routledge.
5. Green DR, Robinson CL. (2009). Introducing GeoGebra to foundation year students. MSOR Connect. Available from: <http://journals.heacademy.ac.uk/doi/pdf/10.11120/msor.2009.09020006>

6. Hsieh C, Lin S. (2008). Dynamic visual computer design for factors and multiples word problem learning. *Int J Math Educ Sci Technol.*;39(2):215–232.
7. Hohenwarter, J., & Hohenwarter, M. (Writer) (2009). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra [Article]. *Journal of Computers in Mathematics & Science Teaching*: Association for the Advancement of Computing in Education.
8. Hrnjičić, A., Bikić, N. (2018). Korištenje multimedije u podučavanju matematike. *ISTRAŽIVANJE MATEMATIČKOG OBRAZOVANJA*, Vol. X (2018), Broj 19, 17–30
9. Hrnjičić, A., Buzadija, N., Bikić, N. (2019). Efekti online digitalnog multimedijalnog sadržaja na učenika postignuća iz oblasti kvadratna funkcija i njen grafik. *Educa-Časopis za obrazovanje, nauku i kulturu*, broj 12.
10. Hutkemri, & Effandi Zakaria. (2010). GeoGebra Software in Mathematics. *Proceeding International Seminar Comparative Studies in Education System Between Indonesia and Malaysia*. Bandung: Rizqi Press.
11. Hutkemri Z., Effandi Z. (2012). The Effect of Using GeoGebra on Conceptual and Procedural Knowledge of High School Mathematics Students. *Asian Social Science*; Vol. 8, No. 11
12. Hwang WY, Hu SS. (2012). Analysis of peer learning behaviors using multiple representations in virtual reality and their impacts on geometry problem solving. *Comput Educ.*; 62:308– 319.
13. Idris, N. (2006). Teaching and Learning of Mathematics, Making Sense and Developing Cognitives Ability. *Kuala Lumpur: Utusan Publications & Distributors Sdn. Bhd.*
14. Isıksal M, Askar P. (2003). Elektronik tablola ve dinamik geometri yazılımını kullanarak çalışma yapraklarının geliştirilmesi. *Development of activity sheets by using spreadsheets and dynamic geometry software. Elem Educ Online* 2(2):10–18.
15. Jonassen, D. H. (1995). Computers as cognitive tools: Learning with technology, not from technology. *Journal of Computing in Higher Education*, 6 (2),40-73
16. Knuchel C. (2004). Teaching symmetry in the elementary curriculum. *Montana Math Enthusiast*. 2004;1(1):3–8.
17. Leikin R, Berman A, Zaslavsky O. (2000). Learning through teaching: the case of symmetry. *Math Educ Res J*;12(1):18–36.
18. Liao YKC. (2007). Effects of computer-assisted instruction on students' achievement in Taiwan: a meta-analysis. *Comput Educ.*;48(2):216–233.
19. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, Va.: NCTM
20. Nik Azis. (2008). *Isu-Isu Kritis dalam Pendidikan Matematik*. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.
21. Tatar E. (2012). The effect of dynamic mathematics software on achievement in mathematics: the case of trigonometry. *Energy Educ Sci Technol Part B: Soc Educ Stud.*;4(1):459–468.
22. Voorst, V. (1999). Technology in Mathematics Teacher Education. *From* http://www.ict.org/T99_Library/T99_54.PDF

USAGE OF DIGITAL GEOGEBRA GROUP TOOL IN FUNCTION OF PRESENTING CONCEPTS OF AXIAL SIMMETRY

Abstract

The goal of this paper is to present the possibilities of application software GeoGebra as a digital tool with accent on creating and using GeoGebra group which plays the role of a virtual classroom. In that purpose the GeoGebra group was created called "Isometric transformation at the plain", created to bring the second year students ($n = 15$) direction Classroom teaching. The paper presents an approach to axial symmetry processing, where tasks are given as previously described activities, offer open or closed type tasks, appropriate construction using GeoGebra tools, derivation of conclusions and etc. The interactivity, innovation and dynamism achieved by participating in the GeoGebra group helps students to better and more clearly understand the concepts from the content of axial symmetry, which will be confirmed by the results of students independent work through GeoGebra activities presented, analyzed and evaluated in this paper.

Keywords: *Geogebra, Geogebra group, isometrics, axial symmetry.*